

## **Μελέτη του συχνοτικού εύρους απορρόφησης σε συστοιχία συντονιστών**

Σπύρος Πολυχρονόπουλος  
Υπ. Διδάκτωρ /  
Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Μηχανολόγων &  
Αεροναυπηγών  
spyweirdos@upatras.gr

Δημήτρης Σκαρλάτος  
Αν. Καθηγητής /  
Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Μηχανολόγων &  
Αεροναυπηγών  
skarlat@mech.upatras.gr

Ιωάννης Μουρτζόπουλος,  
Καθηγητής /  
Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων  
Μηχανικών &  
Υπολογιστών  
mourjop@wcl.ee.upatras.gr

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Οι συντονιστές *Helmholtz* λειτουργούν ως απορροφητές κι ανάλογα με τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά απορροφούν την ακουστική ενέργεια γύρω από μια κεντρική συχνότητα, τη συχνότητα συντονισμού τους ( $f_0$ ). Κύριο χαρακτηριστικό των συντονιστών είναι ότι το συχνοτικό εύρος (*bandwidth*) αυτής της απορρόφησης είναι αρκετά στενό. Για να μελετηθεί το φαινόμενο αλλά και να διερευνηθούν πιθανοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να μεταβληθεί η περιοχή απορρόφησης, εξομοιώθηκε, σε περιβάλλον *matlab*, συστοιχία συντονιστών *Helmholtz*. Τα αποτελέσματα προσανατόλισαν την εντατικότερη μελέτη μιας συστοιχίας με δύο τύπους συντονιστών διαφορετικής γεωμετρίας. Οι δύο αυτοί διαφορετικοί τύποι συντονιστών εξασφαλίζουν δύο διαφορετικές συχνότητες συντονισμού της. Εάν τώρα οι εν λόγω συχνότητες βρίσκονται σχετικά κοντά τότε η συστοιχία λειτουργεί ως απορροφητής με μεγαλύτερο εύρος απορρόφησης και με κεντρική συχνότητα απορρόφησης μια τρίτη συχνότητα ανάμεσα από τις δύο προηγούμενες.

### ***The bandwidth attenuation on series of resonators***

#### **ABSTRACT**

*Helmholtz resonators function as absorbers, and specifically, depending on their geometric characteristics, absorb the acoustic energy around the central frequency, that is the resonance frequency ( $f_0$ ). The basic characteristic of the resonators is that the bandwidth of this absorption is quite narrow. In order the phenomenon to be studied but, simultaneously, to investigate possible ways through which the absorption area can change, a matlab simulation on a panel of Helmholtz resonators was utilized. The results oriented the intensive study of the panel of two, different geometrically, types of resonators. These two different types of resonators ensure two different resonant frequencies. Providing that these frequencies are quite close, the panel functions as absorber with a wider absorption bandwidth and, respectively, with a third frequency between the other two, being the central absorption frequency.*

## Εισαγωγή

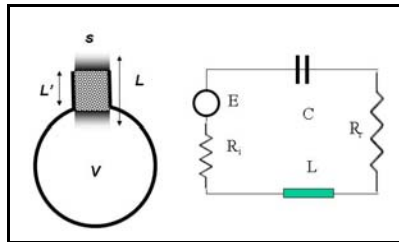
Ο ακουστικός έλεγχος, σε κλειστούς χώρους, με τη χρήση συντονιστών έχει δυο βασικά πλεονεκτήματα. Αρχικά είναι ο βέλτιστος τρόπος για απορρόφηση χαμηλών συχνοτήτων χωρίς να επηρεάζονται οι υψηλότερες κι επίσης έχουν τη δυνατότητα να αλλάξουν την κεντρική συχνότητα απορρόφησης ανάλογα με τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά. Αλλάζοντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά διαμορφώνεται και το ζωνικό εύρος της ηχομείωσης (bandwidth). Όμως για να έχει ένας συντονιστής μεγάλο συχνοτικό εύρος απορρόφησης πρέπει να έχει γεωμετρικά χαρακτηριστικά που συχνά καθιστούν δύσκολη την κατασκευή του.

Στην παρούσα εργασία, για να επιτευχθεί αυτός ο σκοπός, έχει γίνει μελέτη μιας συστοιχίας δύο διαφορετικού τύπου συντονιστών που όμως έχουν παραπλήσιες συχνότητες συντονισμού. Έχει λοιπόν εξομοιωθεί ένα τέτοιο πάνελ, με τη μέθοδο signal processing σε περιβάλλον matlab [1], κι έχει μελετηθεί τρόπος ώστε το συχνοτικό εύρος της απορρόφησης να είναι σχετικά μεγάλο.

### 1. Γενικά χαρακτηριστικά απλού συντονιστή Helmholtz

#### 1.1. Ηλεκτρικό ισοδύναμο

Τα κύρια χαρακτηριστικά του συντονιστή Helmholtz είναι η απορρόφηση και η επανεκπομπή του ήχου στη συχνότητα συντονισμού του. Η λειτουργία ενός συντονιστή μπορεί να παρασταθεί με το παρακάτω ισοδύναμο κύκλωμα RLC. Από το σχήμα φαίνεται η απορρόφηση, η οποία περιγράφεται από την εσωτερική αντίσταση  $R_i$ , και η εκπομπή του από την αντίσταση ακτινοβολίας  $R_r$  (σχήμα 1.1.1.).



Σχήμα 1.1.1: Ισοδύναμο κύκλωμα του συντονιστή Helmholtz

Η εσωτερική αντίσταση περιγράφει την ηχητική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα. Για τα ρευστά, οι μηχανισμοί απώλειας ενέργειας περιλαμβάνουν την θερμική αγωγή, την απώλεια λόγω ιξώδους και τη μοριακή ισοκατανομή της ενέργειας. Οι πρώτες θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τις υπόλοιπες.

Όταν οι συντονιστές βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους αλληλεπιδρούν. Γενικά η εσωτερική αντίσταση για απλό συντονιστή σε επιφάνεια απείρων διαστάσεων και συντονιστές σε δισδιάστατη διάταξη δίνεται από τις σχέσεις [2,3]:

$$R_i = \frac{2\rho c}{\lambda^2} \quad , \quad R_r = \frac{\rho c}{\sigma} \quad (1.1.1.)$$

Όπου  $\rho$  η πυκνότητα του αέρα,  $c$  η ταχύτητα του ήχου,  $\lambda$  το μήκος κύματος της απορροφόμενης συχνότητας,  $\sigma$  η επιφάνεια του τοίχου ανά συντονιστή. Η αντίσταση ακτινοβολίας για συντονιστή με κυλινδρικό λαιμό είναι:

$$R_r = \frac{l}{rs} \sqrt{2\rho\eta\omega} \quad (1.1.2.)$$

#### 1.2. Βασικές λειτουργίες και εξισώσεις

Κύριο χαρακτηριστικό της απορρόφησης είναι η μεγάλη αλλά στενή ζώνη συχνοτήτων απορρόφησης στη συχνότητα συντονισμού του. Η συχνότητα συντονισμού εξαρτάται αποκλειστικά από τη γεωμετρία του. Ένας απλός τύπος που με σχετικά καλή ακρίβεια περιγράφει την συχνότητα συντονισμού είναι [4]:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{LV}} \quad (1.2.3.)$$

όπου  $S$  (m<sup>2</sup>) η επιφάνεια του στομίου,  $L'$  (m) το μήκος του λαιμού και  $L$  (m) το μήκος με τη διόρθωση των άκρων  $L=L'+1.7a$ ,  $a$  (m) η ακτίνα της επιφάνειας του στομίου και  $V$  (m<sup>3</sup>) ο όγκος του συντονιστή.

Για διδιάστατη κατανομή συντονιστών ο παραπάνω τύπος μπορεί να γραφεί:

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{\Phi}{d(l+\delta)}} \quad (1.2.4.)$$

όπου  $\Phi=S/A$  είναι η διάτρηση της επιφάνειας (για πάνελ συντονιστών), σε απόσταση  $d$  από έναν σταθερό τοίχο. Ο παράγοντας ποιότητας  $Q$  δίνεται από την σχέση [5]:

$$Q = 2\pi \sqrt{V \left(\frac{L}{S}\right)^3} \quad (1.2.5.)$$

## 2. Περιγραφή του ψηφιακού μοντέλου

### 2.1. Ισοδύναμο απλού συντονιστή Helmholtz στο πεδίο του χρόνου.

Με βάση την απλή αναδρομική εξίσωση [6]:

$$y_i = x_i + a_1 y_{i-1} \quad (2.1.6.)$$

πραγματοποιήθηκε σε περιβάλλον matlab η εξομοίωση ενός συντονιστή Helmholtz. Οι παράμετροι των εξισώσεων που χρησιμοποιήθηκαν περιγράφηκαν με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του HR. Η εξίσωση (2.1.6.) πιο αναλυτικά και σε διακριτό χρόνο, από συνεχές, πεδίο χρόνου δίνεται σαν:

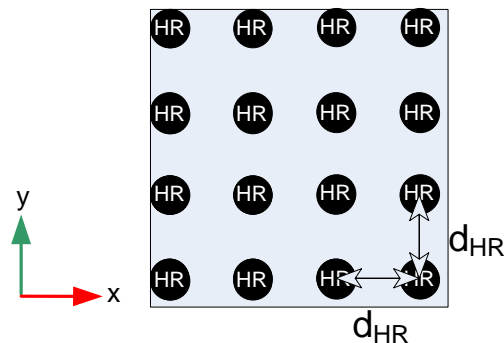
$$y(k) = 2R \cos(m) y(k-1) - R^2 y(k-2) + (1-R^2) \sin(m) p(k) \quad (2.1.7.)$$

όπου:  $k$  δείγμα (sample),  $m = \arccos(\cos 5\pi) \frac{2R}{1+R^2} \frac{2f_0}{F_s}$ ,  $R = 1 - \frac{\pi B}{F_s}$ ,  $B = \frac{f_0}{Q}$  (συχνοτικό εύρος),  $F_s$

ρυθμός δειγματοληψίας (sample rate) και τέλος ο όρος  $(1-R^2) \sin(m)$  συμβολίζεται και ως  $A_0$  και εκφράζει τη μείωση πίεσης εισόδου. Έτσι τελικά το  $y$  περιγράφει την χρονικά εξαρτημένη ακουστική πίεση εξόδου ενός συντονιστή Helmholtz με γεωμετρικά χαρακτηριστικά,  $S$  (επιφάνεια στομίου),  $L$  (μήκος λαιμού),  $V$  (όγκος σώματος), και πίεση εισόδου  $p$ .

### 2.2. Ισοδύναμο συστοιχίας συντονιστών Helmholtz στο πεδίο του χρόνου.

Σε ίσες αποστάσεις  $d_{HR}$  στο επίπεδο  $(x,y)$  προγραμματίστηκε συστοιχία φίλτρων (εξίσωση 2.1.7.) δημιουργώντας έτσι την εξομοίωση της συστοιχίας Helmholtz συντονιστών, με  $HR^2$  πλήθος όμοιων συντονιστών (όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα) οι οποίοι καταλαμβάνουν επιφάνεια:  $S = (d_{HR} HR)^2 (10)$



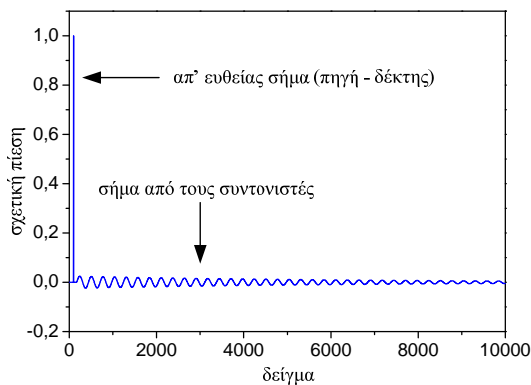
Σχήμα 2.2.2. Κάτοψη συστοιχίας όμοιων συντονιστών Helmholtz 4x4

Για την εξομοίωση σημειακή παντοκατευθυντική πηγή βρίσκεται στο σημείο με καρτεσιανές συντεταγμένες  $(x_s, y_s, z_s)$  καθώς και ο δέκτης στο σημείο με συντεταγμένες  $(x_r, y_r, z_r)$ . Η πηγή εκπέμπει ιδανικό κρουστικό σήμα το οποίο διανύει κάποια απόσταση για να φθάσει στον κάθε συντονιστή. Υπολογίζεται λοιπόν η ηχομείωση λόγω της συγκεκριμένης απόστασης (πηγής - συντονιστών), δηλαδή η πίεση  $p$  εισόδου του κάθε συντονιστή (εξίσωση 2.1.7.). Έπειτα ο κάθε συντονιστής λειτουργεί σα μια νέα παντοκατευθυντική πηγή που επανεκπέμπει την προσπίπτουσα ακουστική πίεση  $p$ , με μειωμένη όμως ενέργεια στη συχνότητα συντονισμού του κάθε HR, ώστε τελικά ακολούθως με την νέα ηχομείωση, λόγω της απόστασης συντονιστή με τον δέκτη, να φθάσει το σήμα από κάθε συντονιστή στο δέκτη και να γίνει η άθροισή τους στο πεδίο του χρόνου. Για να μελετηθεί καλύτερα η λειτουργία των συντονιστών δεν έγινε εξομοίωση πάνελ αλλά συστοιχία συντονιστών, διότι στην περίπτωση του πάνελ, στο δέκτη θα έφτανε και το σήμα από την ανάκλαση στην επίπεδη επιφάνεια του πάνελ, το οποίο θα αλλοίωνε το καθαρό σήμα από τους συντονιστές. Έτσι στην πηγή φθάνει το απ' ευθείας σήμα από την πηγή στο δέκτη και έπειτα τα σήματα από τους συντονιστές.

### 3. Αποτελέσματα εξομοιώσεων

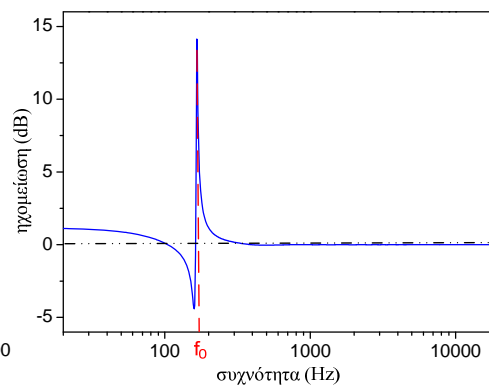
#### 3.1. Αποτελέσματα μοντέλου με όμοιους συντονιστές

Στα επόμενα σχήμα απεικονίζονται η πίεση που φθάνει στο δέκτη, κανονικοποιημένη από -1 έως +1, σε συνάρτηση με τα δείγματά, από 0 έως 10000 με ρυθμό δειγματοληψίας 44100 (γραφική 3.1.1α) και ο μετασχηματισμός Fourier αυτής (γραφική 3.1.1β). Η συστοιχία αποτελείται από 100 όμοιους συντονιστές ( $10 \times 10$ ) με γεωμετρικά χαρακτηριστικά:  $L= 0,05m$ ,  $S= 0,00283m^2$ ,  $V=0,0031m^3$  και συχνότητα συντονισμού  $f_0= 165Hz$ . Η πηγή και ο δέκτης βρίσκονται στο κέντρο της συστοιχίας σε ύψος 0,25m και 1m αντίστοιχα.



Γραφική 3.1.1α. Κρουστική απόκριση

συστοιχίας συντονιστών Helmholtz ( $10 \times 10$ ) με ένα τύπο συντονιστών.



Γραφική 3.1.1β. Συχνοτική απόκριση

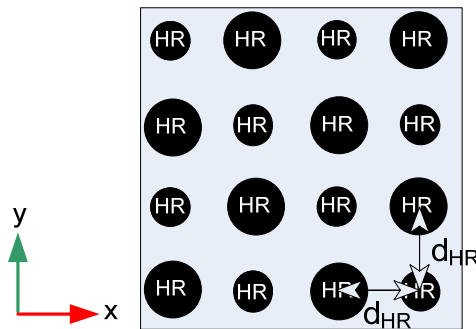
Στη γραφική 3.1.1α., που απεικονίζονται τα πρώτα 10000 δείγματα σχετικής πίεσης που φθάνουν στην πηγή, είναι εύκολα παρατηρήσιμο το απ' ευθείας σήμα από την πηγή καθώς και η άθροιση των υπολοίπων 100 σημάτων από τους συντονιστές στη θέση της πηγής.

Για να μελετηθεί το συχνотικό εύρος της απορρόφησης γύρω από τη συχνότητα συντονισμού, από τη πίεση στο πεδίο του χρόνου (γραφική 3.1.1α.) με μετασχηματισμό Fourier περνάμε στο πεδίο της συχνότητας. Η γραφική 3.1.1β απεικονίζει την ηχομείωση της εν λόγω συστοιχίας. Το χαρακτηριστικό των συντονιστών Helmholtz, να ενισχύουν το σήμα, λίγο πριν τη συχνότητα συντονισμού (157Hz), είναι ευδιάκριτο στη γραφική 3.1.1β. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην αρχή διατήρησης της ενέργειας. Στη συχνότητα συντονισμού λοιπόν η ηχομείωση είναι της τάξης των 13,5dB, για το μοντέλο του παραδείγματος, με αναμενόμενο το αρκετά στενό συχνотικό εύρος γύρω από αυτή. Ο συντονιστής θεωρητικά επιδρά μόνο στη συχνότητα συντονισμού ενώ τις υπόλοιπες τις αφήνει ανεπηρέαστες.

#### 3.2. Αποτελέσματα μοντέλου με διαφορετικού τύπου συντονιστές

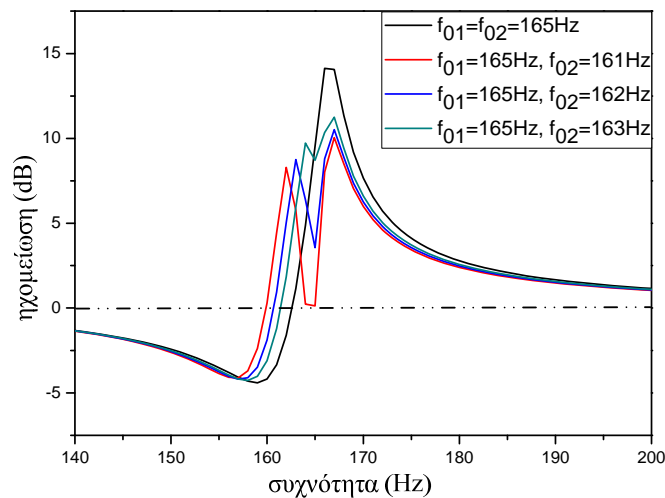
Για να επιτευχθεί το ζητούμενο της εργασίας, να μεγαλώσει το συχνотικό εύρος της απορρόφησης, μελετήθηκε συστοιχία με δύο διαφορετικού τύπου συντονιστές. Οι μισοί συντονιστές διατήρησαν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της παραγράφου 3.1 ενώ στους υπόλοιπους μεταβλήθηκε ελαφρώς η

επιφάνεια στομίου τους, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.3., αλλάζοντας έτσι τη συχνότητα συντονισμού τους ( $f_0$ ). Το υπόλοιπο σύστημα παρέμεινε ως είχε στην προηγούμενη παράγραφο.



Σχήμα 3.2.3. Κάτοψη συστοιχίας δύο διαφορετικών τύπων συντονιστών Helmholtz 4x4

Για να μελετηθεί η επίδραση δύο τύπων συντονιστών όσον αφορά το συχνοτικό εύρος απορρόφησης, πραγματοποιήθηκαν τέσσερις εξομοιώσεις. Στην πρώτη όλοι οι συντονιστές είχαν την ίδια επιφάνεια στομίου  $S=0,00283\text{m}^2$  κι έτσι η συχνότητα συντονισμού της συστοιχίας είναι ίδια με εκείνη της προηγούμενης παραγράφου (μαύρη γραμμή στη γραφική 3.2.2.). Στην δεύτερη εξομοίωση η επιφάνεια των μισών συντονιστών παρέμεινε  $S_1=0,00283\text{m}^2$  των υπόλοιπων όμως μεταβλήθηκε  $S_2=0,00264\text{m}^2$ . Έτσι η συστοιχία έχει δύο συχνότητες συντονισμού  $f_{01}=165\text{Hz}$  και  $f_{02}=161\text{Hz}$  και η συχνοτική της απόκριση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (κόκκινη γραμμή της γραφικής 3.2.2.). Ομοίως οι επόμενες εξομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν με σταθερή επιφάνεια του στομίου των μισών συντονιστών ενώ οι υπόλοιποι με  $S_2=0,00269\text{m}^2$ , άρα  $f_{02}=162\text{Hz}$  στην τρίτη (μπλε γραμμή της γραφικής 3.2.2.) και με  $S_2=0,00273\text{m}^2$ , άρα  $f_{02}=163\text{Hz}$  στην τέταρτη (μπλε γραμμή της γραφικής 3.2.2.) εξομοίωση.



Γραφική 3.2.2. Συχνοτική απόκριση τεσσάρων μοντέλων συστοιχίας συντονιστών (10x10) Helmholtz με δύο διαφορετικούς τύπους συντονιστών.

Όπως λοιπόν φαίνεται στην γραφική 3.2.2. εάν η διαφορά των δύο συχνοτήτων συντονισμού της συστοιχίας είναι μεγάλη (4Hz στη 2<sup>η</sup> εξομοίωση, κόκκινη γραμμή γραφικής 3.2.2.) στις ενδιάμεσες τιμές η απορρόφηση μηδενίζεται, λόγω του φαινομένου που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Έτσι ουσιαστικά σε αυτή την περίπτωση δεν επιτυγχάνεται ο σκοπός της εργασίας (μεγάλο συχνοτικό εύρος απορρόφησης) και ουσιαστικά η συστοιχία συμπεριφέρεται ως συσκευή ηχοαπορρόφησης δύο ξεχωριστών συχνοτήτων ( $f_{01}=165\text{Hz}$  και  $f_{02}=161\text{Hz}$ ), με μικρότερη απορρόφηση από εκείνη των όμοιων συντονιστών. Στις άλλες δύο εξομοιώσεις παρόλο που η απορρόφηση παραμένει, όπως ήταν αναμενόμενο, στις ίδιες περίπου τιμές το συχνοτικό εύρος απορρόφησης αυξάνει 4Hz περίπου, σε σχέση με την πρώτη εξομοίωση (μαύρη γραμμή γραφικής 3.2.2.). Εδώ παρόλο που μειώνεται η απορρόφηση ανάμεσα στις δύο συχνοτήτες συντονισμού  $f_{01}$  και  $f_{02}$ , δε φθάνει σε μηδενικές τιμές. Έτσι μπορεί να θεωρηθεί πως οι δύο τελευταίες συστοιχίες μπορούν να λειτουργήσουν ως συστοιχίες συντονιστών Helmholtz με μεγαλύτερο συχνοτικό εύρος απορρόφησης.

#### 4. Συμπεράσματα

Στις συστοιχίες συντονιστών Helmholtz είναι δυνατό να μεγαλώσει το συχνοτικό εύρος απορρόφησης, με δύο διαφορετικού τύπου συντονιστές που όμως δεν πρέπει να απέχουν πολύ οι συχνότητες συντονισμού τους. Για παράδειγμα στην παρούσα εργασία, σε συστοιχία 100 συντονιστών, η μέγιστη διαφορά των συχνοτήτων συντονισμού, για την επίτευξη του εν λόγω σκοπού, είναι τα 3Hz και η αύξηση του συχνοτικού εύρους απορρόφησης είναι της τάξης των 4Hz. Το παρόν πρόβλημα οφείλετε στην ιδιότητα των συντονιστών να ενισχύουν το σήμα πριν τη συχνότητα συντονισμού τους.

Επίσης η αύξηση του συχνοτικού εύρους απορρόφησης έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της τιμής της απορρόφησης, όπου στην παρούσα εργασία είναι της τάξης των 5dB.

#### 5. Αναφορές

- [1] MATLAB 2011, The MathWorks Inc., Natick, MA (2011)
- [2] Trevor J.Cox and Peter D'Antonio, "Acoustic Absorbers and Diffusers" Second Edition, *book from Taylor & Francis Group* (2009)
- [3] G.R.Bigg, "The three dimensional cavity resonator", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 85 (1982) 85-103
- [4] K.U. Ingard, "On the theory and design of acoustic resonators", *Journal of the Acoustical Society of America* **25**, 1037-1067 (1953).
- [5] E.Kinsler, R.Frey, B.Coppens and V.Sanders "Fundamentals Of Acoustics" third edition (1982).
- [6] Ken Steiglitz "A Digital Signal Processing Primer: With Applications to Digital Audio and Computer Music" (1996)