

## **Επίδραση της θέσης της πηγής στην απόκριση συχνότητας των διάτρητων επιφανειών**

Σπύρος  
Πολυχρονόπουλος  
Μεταπτυχιακός /  
Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Μηχανολόγων &  
Αεροναυπηγών  
spyweirdos@upatras.gr

Δημήτρης Σκαρλάτος  
Αν. Καθηγητής /  
Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Μηχανολόγων &  
Αεροναυπηγών  
skarlat@mech.upatras.gr

Ιωάννης Μουρτζόπουλος,  
Καθηγητής /  
Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων  
Μηχανικών &  
Υπολογιστών  
mourjop@wcl.ee.upatras.gr

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

*Με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) σχεδιάστηκε ένα πάνελ με συστοιχία συντονιστών Helmholtz και υπολογίστηκε η απόκρισή του στο πεδίο της συχνότητας. Η πηγή θεωρήθηκε ισότροπη σημειακή με διέγερση τόνων που βρίσκονται στην περιοχή συχνοτήτων από 20Hz μέχρι 100Hz επικαλύπτοντας την ιδιοσυχνότητα των συντονιστών. Η ανάλυση έδειξε ότι καθώς η απόσταση της πηγής από το πάνελ μεγαλώνει παρατηρείται μετατόπιση στην συχνότητα του μεγίστου της απορρόφησης, η οποία είναι συνάρτηση της απόστασης της πηγής από το πάνελ. Το φαινόμενο αυτό παρατηρήθηκε σε μεγάλου μήκους συντονιστές ώστε να αποκλειστούν προβλήματα που οφείλονται στην επίδραση των άκρων των πάνελ.*

### **The effect of sound source position to the frequency response of the perforated panels**

### **ABSTRACT**

*The analysis of the sound field generated by a Helmholtz resonators panel is described by a Finite Elements Method. The resonance frequency, absorption and Q factor of the panel was evaluated a sound source transmitting sine waves frequency ranged from 20Hz to 100Hz and different geometries of the panel. The results showed that as the source moves away from the panel, the absorbed frequency is getting lower (2-3Hz every 0.1m) but the Q factor stays constant. The attenuation 5-7 meters from the panel, can be up to 20dB for the central absorption frequency. This effect was observed high length resonators so the ends will not affect the system.*

## 1. Εισαγωγή

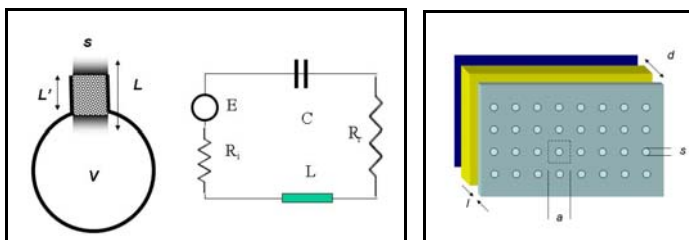
Ο ακουστικός έλεγχος, σε κλειστούς χώρους, με τη χρήση συντονιστών έχει δυο βασικά πλεονεκτήματα. Αρχικά είναι ο βέλτιστος τρόπος για απορρόφηση χαμηλών συχνοτήτων χωρίς να επηρεάζονται υψηλότερες, με δυνατότητα να μπορεί να αλλάξει η κεντρική συχνότητα απορρόφησης ανάλογα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του συντονιστή. Αλλάζοντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά διαμορφώνεται και το ζωνικό εύρος της ηχομείωσης (bandwith, Q factor) και επιπλέον είναι κατάλληλοι απορροφητές για εξωτερικούς χώρους διότι διατηρούν τα χαρακτηριστικά τους αναλλοίωτα για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Στην παρούσα εργασία έχουν σχεδιαστεί και έχει μελετηθεί η συμπεριφορά τους, μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (FEM) διαφορετικών διάτρητων πάνελ και μελετάται η απόκριση τους στο πεδίο της συχνότητας σε περιβάλλον COMSOL multiphysics.

## 2. Απλός συντονιστής Helmholtz

### 2.1. Ηλεκτρικό ισοδύναμο

Τα κύρια χαρακτηριστικά του συντονιστή Helmholtz είναι η απορρόφηση και η επανεκπομπή του ήχου. Η λειτουργία ενός συντονιστή μπορεί να παρασταθεί με το παρακάτω ισοδύναμο κύκλωμα RLC. Από το σχήμα φαίνεται η απορρόφηση περιγράφεται από την εσωτερική αντίσταση  $R_i$ , και η εκπομπή του να περιγράφεται από τη αντίσταση ακτινοβολίας  $R_r$  (σχήμα 2.1).



Σχήμα 2.1: Ισοδύναμο κύκλωμα του συντονιστή Helmholtz (αριστερά) και κατανομημένος συντονιστής με μορφή διάτρητης πλάκας (δεξιά)

Η εσωτερική αντίσταση περιγράφει την ηχητική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα. Για τα ρευστά, οι μηχανισμοί απώλειας ενέργειας περιλαμβάνουν την θερμική αγωγή την απώλεια λόγω ιξώδους, την μοριακή ισοκατανομή της ενέργειας. Οι πρώτες θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τις υπόλοιπες.

Όταν οι συντονιστές βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους αλληλεπιδρούν. Γενικά η εσωτερική αντίσταση για απλό συντονιστή σε επιφάνεια απείρων διαστάσεων και συντονιστές σε δισδιάστατη διάταξη δίνεται από τις σχέσεις:

$$R_i = \frac{2\pi\rho c}{\lambda^2}, \quad R_r = \frac{\rho c}{\sigma} \quad (2.1)$$

Όπου  $\sigma$  η επιφάνεια του τοίχου ανά συντονιστή.

Η αντίσταση ακτινοβολίας για συντονιστή με κυλινδρικό λαιμό είναι:

$$R_r = \frac{l}{rs} \sqrt{2\rho\eta\omega} \quad (2.2)$$

Κύριο χαρακτηριστικό της απορρόφησης είναι η μεγάλη αλλά στενής ζώνης συχνοτήτων απορρόφηση στη συχνότητα συντονισμού του. Η συχνότητα συντονισμού εξαρτάται αποκλειστικά από τη γεωμετρία του. Ένας απλός τύπος που με σχετικά καλή ακρίβεια περιγράφει την συχνότητα συντονισμού είναι:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{LV}} \quad (2.3)$$

όπου  $c$  (m/s) είναι η ταχύτητα του ήχου,  $S$  (m<sup>2</sup>) η επιφάνεια του στομίου,  $L'$  (m) το μήκος του λαιμού και  $L$  (m) το μήκος με τη διόρθωση των άκρων  $L=L'+1.7a$ ,  $a$  (m) η ακτίνα της επιφάνειας του στομίου και  $V$  (m<sup>3</sup>) ο όγκος του συντονιστή.

Για δισδιάστατη κατανομή συντονιστών ο παραπάνω τύπος μπορεί να γραφεί:

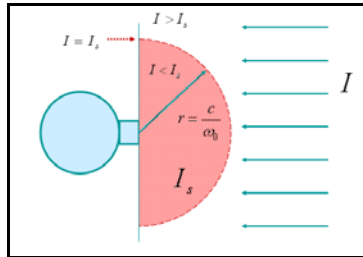
$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{\Phi}{d(l+\delta)}} \quad (2.4)$$

όπου  $\Phi = S/A$  είναι η διάτρηση της επιφάνειας, σε απόσταση  $d$  από έναν σταθερό τοίχο. Ο παράγοντας ποιότητας  $Q$  δίνεται από την σχέση:

$$Q = 2\pi \sqrt{V \left(\frac{L}{S}\right)^3} \quad (2.5)$$

Τόσο η απορρόφηση όσο και η σκέδαση περιγράφονται από τις ενεργές τιμές απορρόφησης και σκέδασης. Ως ενεργό διατομή απορρόφησης  $A_a$  (absorption cross section), ορίζεται ο λόγος της ηχητικής ενέργειας που απορροφάται ανά δευτερόλεπτο προς την ένταση του ηχητικού κύματος ( $I$ ), την οποία θα είχε το προσπίπτον ηχητικό κύμα στη θέση του απορροφητικού αντικειμένου αν αυτό δεν ήταν παρόν, δηλαδή:  $A_a = P_{abs}/I$ . Ανάλογός ορισμός ισχύει και για την ενεργό διατομή σκέδασης (scattering cross section). Δηλαδή  $A_s = P_{sc}/I$

Σε κοντινή περιοχή στο συντονιστή κυριαρχεί η εκπομπή ( $I_s$ ) από το συντονιστή γι αυτό σ' εκείνη την περιοχή παρατηρείται αύξηση της ακουστικής ενέργειας. Μετά από την επιφάνεια στην οποία η ενέργεια εκπομπής ισούται με την ενέργεια διέγερσης ( $I=I_s$ ) κυριαρχεί η απορρόφηση. Η ακτίνα του ημισφαιρίου ( $r > c/\omega_0$ ) όπου  $I=I_s$ , είναι ανάλογη της ταχύτητας του ήχου και αντιστρόφως ανάλογη της ιδιοσυχνότητας του συντονιστή. (σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2: Κρίσιμη απόσταση εκπομπής και απορρόφησης

Κάτω από ιδανικές συνθήκες προσαρμογής  $R_i = R_r$ , η διατομή της σκέδασης έχει την μέγιστη τιμή που είναι ίδια τιμή με τη διατομή της απορρόφησης, δηλαδή

$$A_{abs,max} = A_{sc,max} \square \lambda_0^2 / 4\pi \quad (2.6)$$

Στο κοντινό πεδίο (near field) κάτω από ιδανικές συνθήκες η ένταση του επανεκπεμπόμενου ήχου σε απόσταση  $r$  είναι:

$$I_s = \left( \frac{c}{r\omega_0} \right)^2 I \quad (2.7)$$

### 3. Απορροφητές τύπου μεμβράνης

Οι απορροφητές τύπου μεμβράνης αποτελούν μια ιδιαίτερη κατηγορία απορροφητών τύπου συντονιστών με καλές ιδιότητες σε χαμηλές συχνότητες, έχοντας το μέγιστο της απορρόφησης στην συχνότητα που δίνεται από τον προσεγγιστικό τύπο:

$$f = \frac{60}{\sqrt{md}} \quad (3.1)$$

Όπου  $m$  η επιφανειακή μάζα της μεμβράνης ( $\text{Kg/m}^2$ ) και  $d$  (m) η απόστασή της από τον τοίχο.

Η ικανότητα απορρόφησης ενός απορροφητή τύπου μεμβράνης εξαρτάται και από το απορροφητικό υλικό (συνήθως πορώδες) το οποίο τοποθετείται κάτω από την μεμβράνη.

### 4. Μοντελοποίηση και επίλυση σε πεπερασμένα στοιχεία

Ο υπολογισμός της θεωρητικής τιμής συχνότητας συντονισμού με την απλή εξίσωση του Ingard έγινε για να μελετηθεί η ακρίβεια του μοντέλου.

Για την διακριτοποίηση (mesh) του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν 2ης τάξης στοιχεία του Lagrange με μέγιστο μέγεθος στοιχείου  $h_{max} \cong 0.2 \lambda$ . Λόγω του γεγονότος ότι οι απορροφητές αυτού του τύπου λειτουργούν για την χαμηλή

περιοχή των συχνοτήτων ο παραπάνω περιορισμός μας επέτρεψε υψηλή σχετικά διακριτοποίηση με άμεση συνέπεια την ακριβή συμπεριφορά του μοντέλου.

Στο πεδίο της συχνότητας στην μοντελοποίηση των πορωδών απορροφητών για την περιγραφή της απόσβεσης χρησιμοποιήθηκαν ο μιγαδικός κυματάρθμος  $k_c$  και η μιγαδική εμέδηση  $Z_c$  που είναι και οι συνάρτησεις της συχνότητας. Από αυτές υπολογίζεται η σύνθετη ταχύτητα του ήχου και η σύνθετη πυκνότητα:

$$c_c = \frac{\omega}{k_c}, \quad \rho_c = \frac{k_c Z_c}{\omega} \quad (4.1)$$

Ο υπολογισμός της ακουστικής πίεσης έγινε με την εξίσωση του Helmholtz που σε ομογενή πεδία εξωτερικά μιας καμπύλης ολοκλήρωσης  $S$  δίδει την λύση

$$p(\bar{R}) = \int_s \left( G(\bar{R}, \bar{r}) \nabla p(r) - \nabla G(\bar{R}, \bar{r}) p(\bar{r}) \right) \bar{n} ds \quad (4.2)$$

Όπου  $G$  η συνάρτηση του Green. Σε 2D μοντέλα η συνάρτηση του Green αντί των εκθετικών περιέχει την συνάρτηση του Hankel. Στα μοντέλα αυτά η συνάρτηση του Hankel τροποποιεί ελαφρά την έκφραση της πίεσης που υπολογίζεται από την σχέση

$$p(\bar{R}) = -\frac{i}{4} \int_s \left( H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{R}|) + kp(\bar{r}) \frac{H_1^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{R}|)}{|\bar{r} - \bar{R}|} (\bar{r} - \bar{R}) \right) \bar{n} ds \quad (4.3)$$

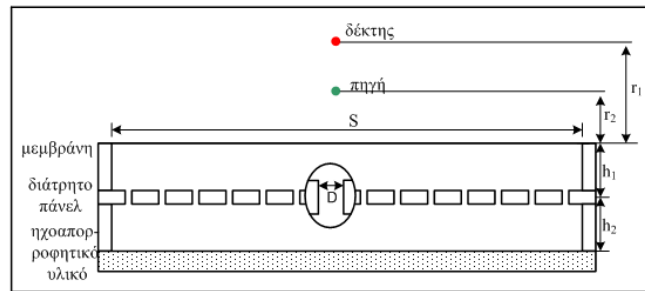
Η μελέτη του προβλήματος έγινε τόσο στο κοντινό πεδίο (near field) όσο και στο μακρινό (far field). Στο μακρινό πεδίο στα σκεδαζόμενα ηχητικά πεδία η ταχύτητα και η πίεση είναι συμφασικές πράγμα το οποίο δεν ισχύει στο κοντινό πεδίο όπου οι δύο ποσότητες δεν είναι. Ο διαχωρισμός των δύο πεδίων γίνεται με το κριτήριο του Fraunhofer που οδηγεί στην παρακάτω απόσταση διαχωρισμού των δύο πεδίων, πέραν της οποίας επικρατεί το μακρινό πεδίο.

$$R > \frac{8a^2}{\lambda} = \frac{8}{2\pi} ka^2 \quad (4.4)$$

Όπου  $a$  η ακτίνα μιας σφαίρας που περικλείει την πηγή.

## 5. Συντονιστές ως απορροφητές κάτω από μεμβράνες

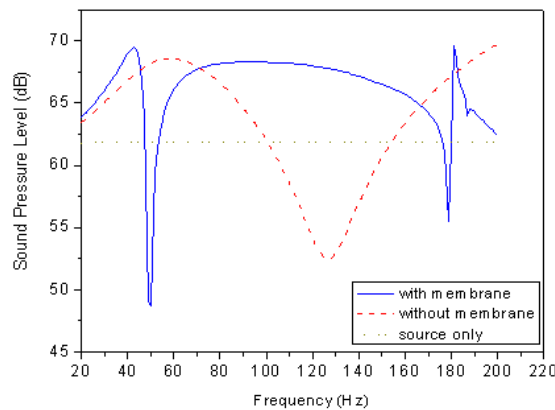
Για να μελετηθεί η συμπεριφορά συστοιχίας συντονιστών – μεμβράνης, σχεδιάστηκαν (με 2D γεωμετρία) και επιλύθηκαν με την βοήθεια των πεπερασμένων στοιχείων δύο panels απορροφητών τύπου μεμβράνης. Ένα με συντονιστές και ένα χωρίς αυτούς (σχήμα 4.1). Το σχήμα δείχνει την υπολογισθείσα από το μοντέλο στάθμη πίεσης σε τρεις καταστάσεις:  $\alpha$ : Πάνελ με μεμβράνη και συντονιστές,  $\beta$ : πάνελ χωρίς μεμβράνη και συντονιστές και  $\gamma$ : πηγή σε ελεύθερο πεδίο.



Σχήμα 4.1: Γεωμετρία διάτρητου πάνελ με μεμβράνη

Από το σχήμα φαίνεται ότι με την χρήση της μεμβράνης επιτυγχάνεται μεγάλη αλλά στενής ζώνης απορρόφηση. Το μέγιστο της απορρόφησης μετατοπίζεται σε χαμηλότερες συχνότητες από αυτήν του πάνελ των συντονιστών με οξύτερο μέγιστο επιτρέποντας το πάνελ να λειτουργεί ως ένα notch filter. Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι:

- Η χρήση συντονιστών κάτω από μεμβράνες χαμηλώνει την συχνότητα του μεγίστου
- Αυξάνει το Q στενεύοντας έτσι την χρήσιμη περιοχή συχνοτήτων
- Η γεωμετρία διάτρησης δεν επηρεάζει σημαντικά την συχνότητα συντονισμού



Σχήμα 4.2: Συχνότητα απορρόφησης με και χωρίς μεμβράνη

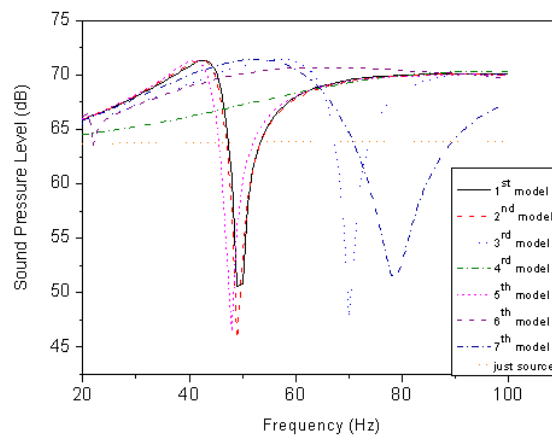
Ο πίνακας 1 συγκρίνει τα μοντέλα που μελετήθηκαν. Σε όλες τις περιπτώσεις η πηγή βρίσκεται σε απόσταση 0.33 m από την μεμβράνη η δε πηγή εκπέμπει αρμονικό σήμα με σάρωση από 20Hz ως 100Hz.

Από το σχήμα 4.3 φαίνεται πως η συχνότητα απορρόφησης του 1<sup>ου</sup>, 2<sup>ου</sup> και 5<sup>ου</sup> μοντέλου είναι παραπλήσια στα κοντά στα 50Hz αλλά το 1<sup>ο</sup> μοντέλο έχει λίγο μικρότερο παράγοντα ποιότητας (Q). Έτσι προκύπτει ότι με την παρουσία μεμβράνης στο πάνελ δεν επιδρά ουσιαστικά η διάτρητη επιφάνεια όσον αφορά τη συχνότητα συντονισμού, όμως μπορεί να μεταβάλλει τον παράγοντα ποιότητας. Το 3<sup>ο</sup> μοντέλο όπως ήταν αναμενόμενο έχει υψηλότερη συχνότητα απορρόφησης λόγω του μικρότερου του όγκου. Το 4<sup>ο</sup> μοντέλο, μόνο η μεμβράνη σε ελεύθερο πεδίο δεν

παρουσιάζει συντονισμό σε αυτό το συχνοτικό εύρος ενώ τονίζει τις υψηλότερες συχνότητες αυτή η συμπεριφορά της μεμβράνης έχει να κάνει με το υλικό και το πάχος της. Στο 6<sup>ο</sup> μοντέλο όπου η διάτρητη επιφάνεια εφάπτεται στη μεμβράνη δεν παρατηρείτε συντονισμός από 20 έως 100Hz σε αντίθεση με το μοντέλο 7, που έχει ακριβώς τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά με το μοντέλο 6 μόνο που δεν έχει μεμβράνη, παρουσιάζει συντονισμό σε σχετικά με τα άλλα μοντέλα υψηλή συχνότητα 80Hz και με αρκετά μικρότερο παράγοντα ποιότητας Q.

Πίνακας 1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν

a/a	S (m)	h <sub>1</sub> (m)	h <sub>2</sub> (m)	D (m)	Μεμβράνη	r <sub>1</sub> (m)	r <sub>2</sub> (m)	Διάτρ.η Επιφ.ια
1 <sup>st</sup>	2	0.18	0.18	0.005	Ναι	0.33	3.83	Ναι
2 <sup>nd</sup>	2	0.18	0.18	0.095	Ναι	0.33	3.83	Ναι
3 <sup>rd</sup>	2	0.11	0.11	0.005	Ναι	0.33	3.83	Ναι
4 <sup>th</sup>	2	-	-	-	Ναι	0.33	3.83	Όχι
5 <sup>th</sup>	2	0.18	0.18	-	Ναι	0.33	3.83	Όχι
6 <sup>th</sup>	2	0	0.36	0.005	Ναι	0.33	3.83	Ναι
7 <sup>th</sup>	2	0	0.36	0.005	Όχι	0.33	3.83	Ναι



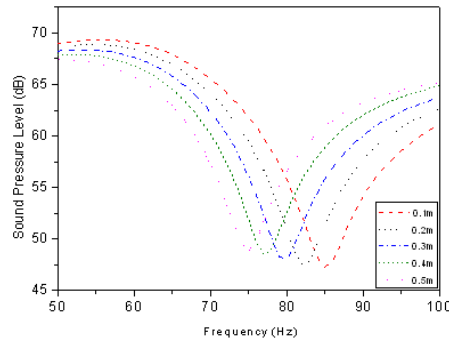
Σχήμα 4.3 : Απόκριση των μοντέλων του πίνακα 1 στο πεδίο της συχνότητας

## 6. Η επίδραση της θέσης της πηγής

Η θέση της πηγής όταν αυτή βρίσκεται κοντά στο πάνελ φαίνεται να επηρεάζει το ηχητικό πεδίο στην περιοχή γύρω από την μεμβράνη. Η επανεκπομπή του ήχου από τους συντονιστές συμβάλει με τον εκπεμπόμενο ήχο από την πηγή με αποτέλεσμα να εμφανίζονται φαινόμενα συμβολής τόσο στο κοντινό όσο και στο μακρινό πεδίο της πηγής. Το φαινόμενο αυτό γίνεται εμφανές από την μετατόπιση της συχνότητας του μεγίστου στην θέση του αποδέκτη.

Για να μελετηθεί το εν λόγω φαινόμενο σχεδιάστηκε ένα μοντέλο με αρκετά μεγάλο μήκος ώστε να μην παρατηρούνται προβλήματα λόγω ασυνέχειας στις άκρες του πάνελ. Το μοντέλο είναι όπως φαίνεται στο σχήμα 2 και όπου S= 2m, h= 0.36m

και  $D=0.005\text{m}$ . Σε αυτό το μοντέλο πάρθηκαν μετρήσεις για διαφορετικές θέσεις της πηγής από  $r_2=0.1\text{m}$  έως  $r_2=0.5\text{m}$  με βήμα  $0.1\text{m}$  ανά μέτρηση καθώς ο δέκτης βρισκόταν σταθερά στη θέση  $r_1=3.83\text{m}$ .



Σχήμα 6.1: Συχνότητα απορρόφησης καθώς η πηγή απομακρύνεται από το πάνελ από  $r_2=0.1\text{m}$  έως  $0.5\text{m}$

Έτσι παρατηρείτε και από το σχήμα μια μείωση της συχνότητας της τάξης των  $2\text{Hz}$  ανά  $0.1\text{m}$  απομάκρυνσης της πηγής από το πάνελ. Από την παραπάνω γραφική διαμορφώθηκε και η εξίσωση που συνδέει τη συχνότητα απορρόφησης με τη θέση της πηγής:

$$f = f_0 - 20r \quad \text{για } r > 0.1\text{m} \quad (6.1)$$

$f_0$  είναι η συχνότητα απορρόφησης για  $r_2=0.1\text{m}$  και  $r=r_2$ .

## 7. Συμπεράσματα

Είναι αρκετά σημαντικό να γνωρίζουμε σε χαμηλές συχνότητες την ακριβή συχνότητα που απορροφά το πάνελ στο πεδίο κι όπως φαίνεται εξαρτάται και από τη θέση της πηγής. Φυσικά δεν αλλάζει η ιδιοσυχνότητά του αλλά λόγω συμβολής κυμάτων στη θέση του δέκτη, παρατηρείται αυτή η διαφορά στη συχνότητα απορρόφησης. Έχοντας λοιπόν αυτό το φαινόμενο μοναδική αιτία τη συμβολή κυμάτων σε ένα σημείο πρέπει να μελετώνται οι σχετικές θέσεις πηγής, ακροατή και πάνελ ώστε να μειωθεί η ηχητική ένταση στην επιθυμητή συχνότητα.

## 8. Αναφορές

- [1] K.U. Ingard, “On the theory and design of acoustic resonators”, *Journal of the Acoustical Society of America* **25**, 1037-1067 (1953).
- [2] A.Alster, “Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonators”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 24, No 1 (1972) 63-85
- [3] Comsol Multiphysics ver.3.4 acoustic module (2009)
- [4] Trevor J.Cox and Peter D'Antonio, “Acoustic Absorbers and Diffusers” Second Edition, *book from Taylor & Francis Group* (2009)
- [5] G.R.Bigg, “The three dimensional cavity resonator”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 85 (1982) 85-103